

# Quarti di Finale 2023

## CAMPIONATI INTERNAZIONALI DI GIOCHI MATEMATICI CENTRO PRISTEM – UNIVERSITÀ BOCCONI

CATEGORIA C1 Problemi 1-2-3-4-5-6-7-8  
CATEGORIA C2 Problemi 5-6-7-8-9-10-11-12  
CATEGORIA L1 Problemi 7-8-9-10-11-12-13-14  
CATEGORIA L2 Problemi 9-10-11-12-13-14-15-16  
CATEGORIA GP Problemi 7-8-9-10-11-12-13-14-15-16

### 1. Date e divisori

Il numero 2023 ha la particolarità di essere divisibile per la somma delle sue cifre (che è uguale a 7). **Quanti anni, prima del 2023 e a partire dal 2017, hanno la stessa proprietà?**

### 2. A teatro

Liliana assiste a uno spettacolo teatrale in una sala i cui posti a sedere, tutti occupati, formano un rettangolo. Davanti a sé ha due file di posti, quattro colonne di posti alla sua sinistra. Ha un buon posto: dietro di lei ci sono ancora dieci file di posti e cinque colonne alla sua destra.

**Quanti spettatori hanno complessivamente assistito alla rappresentazione teatrale (compresa Liliana)?**

### 3. Una campionessa

Ranix è conosciuta, nel mondo delle rane, per i suoi salti. Ha la particolarità che fa solo salti di 4 cm oppure di 7 cm.

**Quanti salti farà allora per percorrere esattamente, sempre saltando e senza mai tornare indietro, la distanza di 41 cm?**

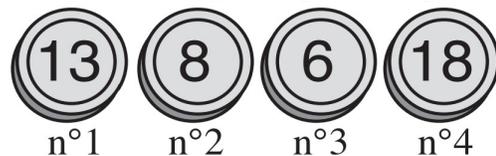
### 4. Un quadrato magico

In ogni casella del quadrato magico della figura deve comparire un numero intero positivo in modo tale che le somme dei numeri di ciascuna riga, di ciascuna colonna e delle due diagonali siano uguali, che tutti i numeri del quadrato risultino diversi tra loro e che il più grande numero del quadrato sia il più piccolo possibile. **Qual è la somma dei numeri scritti nelle due caselle grigie?**

9		5	4
7	2	11	<i>a</i>
12	13		1
<i>b</i>	3	10	15

### 5. I quattro gettoni

Sui quattro gettoni si leggono i numeri 13, 8, 6 e 18. Anche sull'altra faccia i numeri sono diversi l'uno dall'altro e in particolare ciascun gettone porta uno dei numeri (che vedete in figura) degli altri tre gettoni.



Sapendo che il n. 4, nell'altra faccia, non porta scritto né il 6 né l'8 e che il n. 2 porta scritto il numero 18 sull'altra sua faccia, **quale numero figura sull'altra faccia del gettone n. 1?**

### 6. Quante caramelle!

In un sacchetto Anna ha un numero di caramelle compreso tra 39 e 49. Se le mette sul tavolo dividendole in gruppi da 9, nel sacchetto le rimangono tante caramelle quanti sono i gruppi sul tavolo.

**Quante caramelle aveva inizialmente Anna nel sacchetto?**

### 7. Una vasca difettosa

Chiara si diverte a far scorrere l'acqua nella sua vasca da bagno per 1 minuto; poi, per il minuto successivo, tiene chiuso il rubinetto. E così via: per 1 minuto fa scorrere l'acqua, per quello successivo chiude il rubinetto.

Sapendo che il rubinetto versa nella vasca 12 litri di acqua al minuto, ma che il tappo è difettoso e la vasca perde 2 litri di acqua al minuto, **quanti minuti ci metterà a riempire la vasca da bagno che contiene 82 litri?**

(se necessario, arrotondate il risultato al minuto più vicino)

### 8. Una data che si ripete

Luca è nato il 20 novembre 2011, che si può scrivere come 20.11.2011. In questo modo si leggono due volte, nello stesso ordine, le cifre 2-0-1-1.

**Quante date, negli anni successivi al 2011, si potranno scrivere nello stesso modo (ab.cd.abcd)?**

### 9. Il cubo di Jacopo

Jacopo ha riportato sul proprio quaderno un numero di quattro cifre che esprime in  $\text{mm}^3$  il volume di un bel cubo di alabastro che ha sul proprio tavolo. Luca, dispettoso, ha cancellato dal quaderno le prime tre cifre di questo numero lasciando solo un "9" come cifra finale. Sapendo che la misura del lato del cubo è data da un numero intero di millimetri, **quanto misura, in mm, il lato del cubo di Jacopo?**

### 10. Una somma codificata

Sostituite una cifra al posto di ogni lettera nella addizione che vedete in figura, in modo che una stessa lettera sia sempre sostituita dalla stessa cifra e che due lettere diverse siano sostituite da due cifre diverse.

**Quanto vale al massimo LIMA?**

(un numero non comincia mai con la cifra zero)

$$\begin{array}{r} \text{LEA} + \\ \text{AMI} + \\ \text{MIL} + \\ \text{EIL} = \\ \hline \text{LIMA} \end{array}$$

### 11. Sei quadrati per un rettangolo

Un rettangolo si può suddividere in sei quadrati i cui lati misurano rispettivamente 1 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm e 7 cm, mentre per il sesto la misura del lato è uguale a quella del lato di uno dei cinque quadrati precedenti.

**Quanto misura, in cm, il perimetro del rettangolo?**

### 12. Parallelepipedi e numeri primi

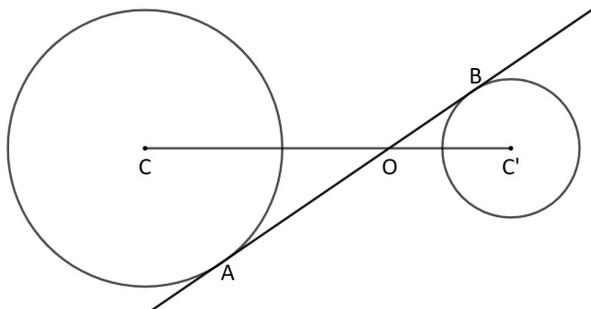
Il numero 2023 si scompone in numeri primi ( $2023=7 \times 17 \times 17$ ) la cui somma è uguale a 41.

**Quanti parallelepipedi diversi, con una faccia quadrata, compreso quello di dimensioni 7cm x 17cm x 17cm, si possono costruire con dimensioni date in cm da tre numeri primi che abbiano come somma 41?**

### 13. Due cerchi e una retta

In figura vedete un cerchio grande di centro C e un cerchio più piccolo di centro C'. La retta passante per A e B è tangente al primo nel punto A e al secondo in B. Sapendo che il raggio del cerchio grande è il doppio di quello del cerchio più piccolo e che il segmento CC' misura 18 cm, **quanto misura, in cm, il segmento CO** (dove O è il punto di intersezione tra i segmenti CC' e AB)?

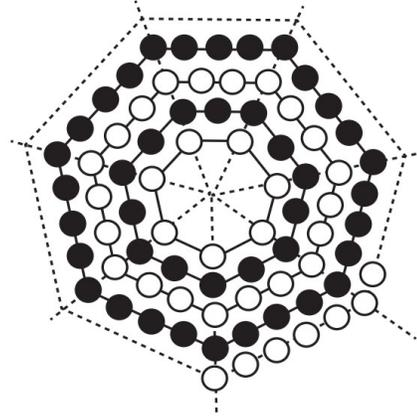
(se necessario, arrotondate il risultato al cm più vicino)



### 14. Il gioiello

In figura vedete i fili di perle più interni di un ricco gioiello che ha la forma di un poligono di sette lati, in cui i fili delle perle bianche si alternano a quelli con le perle nere. Il filo più interno (come si vede in figura) è composto da perle bianche; anche quello più esterno è completo, composto da perle bianche. In tutto, le perle bianche sono 2023.

**Quante sono le perle nere del gioiello?**



### 15. Il domino

Milena e Mirna, a turno, collocano le loro tessere del domino su due caselle libere di una scacchiera quadrata di 64 caselle. Perde, in questo gioco, chi delle due a un certo punto non riesce più a mettere sulla scacchiera una propria tessera. In una partita, Milena e Mirna riescono al massimo a collocare insieme 32 tessere.

**Quante ne possono collocare, invece, al minimo?**

### 16. Il caleidoscopio

In figura, vedete un'infinità di cerchi e di quadrati via via più piccoli. Ciascun cerchio è tangente internamente a un quadrato e ciascun quadrato, con l'eccezione del più grande, ha i suoi quattro vertici su una circonferenza.

**Qual è la percentuale della somma delle aree delle regioni nere, rapportata all'area del quadrato più grande?**

(nel fornire la risposta, approssimate eventualmente  $\pi$  con 3,142 e  $\sqrt{2}$  con 1,414 e arrotondate il risultato all'unità percentuale più vicina)

